RÉSUMÉ DES TRAVAUX

(1972–1997)

Mes travaux de recherche couvrent différents domaines de la physique théorique.

- 1 Renormalisation et groupe de renormalisation.
- 2 Solutions Classiques en Théorie des champs et leur quantification.
- 3 Théories Intégrables
- 4 Théorie des Cordes
- 5 Dynamique des Champs Quantiques et Cosmologie

1 Renormalisation et groupe de renormalisation.

La méthode de renormalisation dimensionnelle a été proposée en 1971 par C. G. Bollini et J. J. Giambiagi à La Plata (quelque mois après, 't Hooft et Veltman la proposèrent à Utrecht).

Nous prouvons en réf.[3] que les diagrammes de Feynman régularisés par régularisation dimensionnelle ont en général un pôle multiple á $\nu = 4$. Des formules pour l'ordre de ce pôle sont données comme fonction de la structure du diagramme. De plus, nous établissons à tous les ordres de la théorie des perturbations que toute théorie de champs renormalisable peut être rendu finie par des contre-termes locaux formés par des pôles multiples à $\nu = 4$.

La renormalisation dimensionnelle est généralisée à des opérateurs composites en réf.[8].

En 1973 l'étude des anomalies en théorie des champs était à ses débuts. Nous obtenons en réf.[4-5] les termes de Schwinger et de seagull en électrodynamique quantique par régularisation dimensionnelle. Contrairement aux expectatives de l'époque, nous trouvions que la théorie des champs régularisée dimensionnelle possédait des anomalies.

Nous avons proposé un modèle de théorie des champs pour les systèmes antiferromagnétiques et dérivé ses propriétés par la méthode du groupe de renormalisation en réfs. [6,7]. Nous avons établi que les exposants critiques du champ 'staggered' (de masse nulle) sont identiques à ceux du ferromagnétisme. Ce résultat a été trouvé pour des théories de jauge par T. Appelquist et J. Carazzone au même temps [Phys.Rev. D11, 2856 (1975)] et il est connu dans la littérature comme 'théorème de Appelquist-Carazzone'.

Nous avons calculé les corrections au scaling provenant de la magnétisation (champ massif) et prouvé qu'elles sont plus petites que celles provenant du champ 'staggered'. De plus, nous avons calculé l'équation d'état et trouvé l'équation de la ligne critique ainsi que les différentes susceptibilités et la chaleur spécifique.

2 Solutions Classiques en Théorie des champs et leur quantification.

- 1 Vortices en théories de jauge.
- 2 Quantification de solitons et instantons. (voir aussi 4.2.C).
- 3 Les ambiguïtés de Gribov en théories de jauge non-abéliennes et dans la quantification de solitons.
- 4 La transformation de scattering inverse en théorie quantique des champs. Scattering inverse dans le moment angulaire et son applica-

tion des modèles en ν dimensions d'espace-temps ($\nu = 1, 2, 3, 4$). Voir aussi 4.1.C.

2.1 Vortices en théories de jauge.

Les équations du modèle de Higgs abélien sont réduites à des équations de premier ordre et résolues en réf.[9] au point limite entre la supraconductivité de type I et II. Nous trouvons la masse des vortex proportionnelle au flux magnétique quantifié et le tenseur des tensions nul. Les champs sont calculés en série de puissances de r et asymptotiquement pour $r \to \infty$. Les deux développements sont raccordés numériquement avec précision[9].

La réf.[9] a eu un impact important puisqu'elle présente la première solution de vortex explicite. Cette solution bidimensionnelle correspond au monopole de Prasad-Sommerfield à trois dimensions et à l'instanton de Belavin et al. à quatre dimensions. Réf.[9] a stimulé des recherches sur les vortices par E. Weinberg (1979), R. Jackiw (1981), et d'autres. Bogomolny a expliqué la signification de ces solutions de vortex qui saturent la borne topologique.

L'équation de Dirac et la seconde quantification des fermions dans le champ d'un vortex sont résolues en réf.[11]. La présence des interactions de longue portée vortex-fermion dues au couplage de la topologie du champ de jauge avec le moment angulaire du fermion est établie [11]. Ses effets à basse énergie dans le scattering vortex-fermion sont calculés. Des états liés vortex-fermion au seuil sont trouvés et calculés explicitement. Ces effets sont à la base des propriétés marquantes de cordes cosmiques supra-conductrices (Witten, Jackiw, etc.).

Les solutions de champs avec indice de Hopf non nul sont étudiées en réf.[10] pour la première fois. Il est établi que ces solutions sont de vortices fermés à symétrie toroïdal et énergie finie. Le paramètre d'ordre tourne en espace interne quand on fait le tour du vortex. Une borne inférieure à la masse est donnée pour des modèles avec des termes quartiques dans les dérivés du champ. Ce travail a été répété (en partie) des années plus tard par Y.S. Wu et A. Zee [Nucl. Phys. B324 (1989) 623].

La présence de termes de Chern-Simmons permet d'obtenir des solutions de vortex avec charge électrique non nulle et énergie finie par unité de longueur. Nous trouvons en réfs. [44]-[45] $N-1$ type de solutions des solutions de vortex chargées pour la théorie de jauge $SU(N)$. Leur charge électrique et leur moment angulaire (spin) résultent proportionnels et quantifiés.

2.2 Quantification de solitons et instantons.

À partir de 1974, différents groupes (Dashen, Hasslacher et Neveu, Gervais et Sakita, Goldstone et Jackiw, Faddeev et al.) réussissent à formuler la quantification des solitons en théorie des champs. Le premier calcul au-delà d'une boucle est présenté en réf.[10]. Les difficultés qui apparaissaient au niveau des deux boucles sont résolues en tenant compte de l'ordre des opérateurs dans l'hamiltonien. Je prouve que les contre-termes UV du secteur du vide éliminent toutes les divergences du secteur soliton. La masse du breather est calculée explicitement dans le modèle sine-Gordon vérifiant la formule DHN à cet ordre [10]. (On prouve que cette formule est exacte par Ansatz de Bethe, voir réf.[66]).

Les instantons ont suscité un grand intérêt vers 1976-78 parce qu'on croyait qu'ils pouvaient gouverner le vide de la théorie de Yang-Mills. Nous avons développé une méthode pour construire l'état fondamental (et les excitations) et en mécanique quantique et en théorie des champs basée sur l'équation de Schrödinger [13-15]. C'est à dire nous construisons la fonction d'onde à partir des solutions classiques instanton. Ceci nous a permis de calculer systématiquement le dédoublement de l'énergie du fondamental dans des potentiels à double puits à N degrés de liberté [13]-[14]. De plus, nous avons construit la fonction d'onde et les valeurs propres de l'énergie dans de vides θ en théories de jauge à symétrie brisée ainsi que les états des particules [15].

Voir aussi sec. 3.9 et 4.2.

2.3 Les ambiguïtés de Gribov en théories de jauge non-abéliennes et dans la quantification de solitons.

Les ambiguïtés de Gribov [V. N. Gribov, Nucl. Phys. **B139**, 1 (1978)] interdisent de formuler une théorie de jauge non-abélienne dans tout l'espace de configuration. En réf.[16] nous introduisons le concept d'**horizon** de Gribov. L'horizon autour d'une configuration A^0 donnée des champs est défini comme le champs le plus proche à A^0 possédant des ambiguïtés de Gribov. Des équations classiques non-linéaires déterminant l'horizon sont écrites en réf.[16].

Ces concepts sont ensuite appliqués à la quantification des solitons avec coordonnées collectives. Pour un modèle bidimensionnel nous trouvons que l'horizon optimal (celui que referme la portion la plus large de l'espace de configuration) se trouve au seuil de la production soliton-antisoliton [16].

Le nom 'horizon de Gribov' est devenu par la suite un terme standard. Il apparaît dans le titre de 16 articles d'après Spires entre 1983 et 1995.

2.4 La transformation de scattering inverse en théorie quantique des champs. Scattering inverse dans le moment angulaire et son application à des modèles en ν dimensions d'espace-temps ($\nu = 1, 2, 3, 4$).

Si on cherche des points stationnaires des actions effectives à une boucle on trouve des équations **non-linéaires et non-locales**. Ceci est dû au fait que la variation d'un déterminant fonctionnel produit la fonction de Green qui est non local dans le champ.

J'arrive à résoudre analytiquement ces équations non-linéaires et non-locales dans les cas où on peut trouver une transformation de scattering inverse adéquate. C'est à dire si les termes locaux de l'action effective peuvent s'écrire explicitement en termes des données de diffusion. (On peut toujours le faire avec le déterminant fonctionnel, voir [34],[40],[41]).

Les points de col de la théorie $(\vec{\phi}^2)^2$ dans le développement $1/N$ obéissent à une équation de ce type. J'ai trouvé les points de col (instantons) pour ce modèle à une dimension (oscillateur anharmonique) en utilisant le scattering inverse [17]. De plus, j'ai calculé analytiquement les petites fluctuations autour. Ces résultats sont en accord avec les calculs faits par Hikami et Brézin en utilisant une autre méthode.

Les instantons d'un oscillateur non-$O(N)$ symétrique avec potentiel

$$\sum_a (m_a^2\ \phi_a^2) + \frac{g}{N}\ (\vec{\phi}^2)^2$$

sont obtenus aussi. Ceci m'a permis de calculer le comportement asymptotique de la série $1/N$ pour ce modèle anisotrope.

La généralisation de ces calculs à la théorie des champs n'est pas trivial. Elle est faite en réf.[21,22,27,34] et [35]. La considération des configurations à symétrie sphérique m'a permis de trouver une transformation de scattering inverse appropriée au problème. C'est la transformation dans le moment angulaire [22].

L'action effective du développement $1/N$ pour la théorie $g\ (\vec{\phi}^2)^2$ est réécrite explicitement en termes de données de diffusion en réfs. [27,34-35] pour $\nu = 2, 3$ et 4. Nous trouvons que les équations du col sont solubles analytiquement dans la théorie de masse nulle à $\nu = 4$. Des formules explicites pour le nombre infini d'instantons trouvées dans ce cas sont données [34-35]. Dans les cas non-intégrables nous utilisons des approximations variationnelles pour calculer l'action de l'instanton dominant et ce pour $0 \leq g \leq \infty$. De cette façon les grands ordres du développement $1/N$ sont obtenus. Nous trouvons que la série $1/N$ est Borel sommable pour $0 \leq \nu \leq 3$. À $\nu = 4$, elle n'est plus Borel sommable dûe à la présence d'un instanton avec action réel et positive si la constante de couplage rénormalisée g_R est positive [34-35]. Nous donnons une estimation de la vie moyenne de l'état fondamental. Pour $g_R < 0$, les instantons indiquent sommabilité Borel, mais des tachyons apparaissent comme particules.

La limite de couplage fort du modèle $(\vec{\phi}^2)^2$ donne le modèle sigma non-linéaire. L'étude de l'action effective à $\nu = 2$ montre que les instantons disparaissent dans cette limite. Ceci suggère fortement que la série $1/N$ du modèle sigma non-linéaire bidimensionnel converge [21]. Le développement explicite de la matrice S exacte confirme cette conjecture.

La famille des modèles fermioniques avec interaction $g_1(\bar{\Psi}\Psi)^2 + g_2(\bar{\Psi}\gamma_5\Psi)^2$, où Ψ est un champ de Dirac à N composantes, est investiguée en réf.[40]. L'utilisation de la transformation de scattering dans le moment angulaire nous a permis des instantons du développement $1/N$. Ils indiquent un développement $1/N$ sommable Borel pour des valeurs négatives de la constante de couplage rénormalisée. Les équations du col sont solubles analytiquement dans deux cas particuliers: les modèles GN et CGN. L'absence d'instantons dans ces deux cas suggère fortement que la série $1/N$ est convergente pour ces deux modèles intégrables bidimensionnels[40]. À nouveau, le développement explicite de la matrice S exacte confirme cette conjecture.

La méthode du scattering inverse dans le moment angulaire est appliquée à un modèle avec des fermions couplés à la Yukawa avec deux champs scalaires [41]. L'action effective obtenue par intégration sur les fermions est réécrite en termes de données de diffusion de l'équation de Dirac. Les équations du col sont solubles analytiquement dans le cas où le self-couplage scalaire g coïncide avec le carré du couplage de Yukawa λ. Un nombre infini d'instantons est trouvé analytiquement. Le développement perturbatif en $g = \lambda^2$ résulte non-sommable Borel [41].

Le développement $1/N$ ne se limite pas à l'interaction quartique. On peut le faire pour tout potentiel de la forme $N\ V(\vec{\phi}^2/N)$. En réf.[31] nous trouvons en forme explicite les instantons de la théorie de perturbations en $1/N$ pour ces potentiels en mécanique quantique. L'ordre K du développement $1/N$ est calculé à des corrections d'ordre K^{-1} près en termes des quadratures du potentiel. La série $1/N$ résulte sommable Borel pour une large classe des potentiels.

Voir aussi 4.2.C.

3 Théories Intégrables

Mon travail de recherche dans le domaine des théories intégrables s'est développé dans plusieurs directions inter-connectées. [Voir aussi sec. 2.3 et 4.1.C].

- 1 Solutions des équations de Yang-Baxter, théories W invariantes perturbées et théories Z_N invariantes.
- 2 Charges non-locales, matrices de monodromie et leur algèbre. (Symétries infinies en théorie des champs intégrables. Algèbres affines q-déformées).
- 3 Résolution exacte des modèles sur réseau par la méthode de l'Ansatz de Bethe et les Ansatz de Bethe emboîtées.
- 4 Théories des champs comme limite continue des modèles sur réseau: l'approche du cône de lumière. Modèles fermioniques, modèles σ et géneralisations.
- 5 Calculs de taille finie et thermodynamique des théories intégrables (TBA).
- 6 Groupes quantiques et Ansatz de Bethe. Les conditions de bord compatibles avec l'intégrabilité.
- 7 Symétries de jauge locale dans les modèles intégrables.
- 8 Les modèles à spins alternés et leur solution exacte.
- 9 Le modèle de Thirring de masse nulle et la chaîne XXZ.
  Fermionisation des spins Z_n.
- 10 Théories de Toda quantique affines.
- 11 Le modèle sine-Gordon complexe quantique.
- 12 Les équations classiques de Yang-Mills self-dual à quatre dimensions.
- 13 Les données de diffusion comme variables d'intégration fonctionelle.

3.1 Solutions des équations de Yang-Baxter, théories W invariantes perturbées et théories Z_N invariantes.

En réf.[24] nous trouvons la matrice R quantique de la théorie de Toda A_n massive (affine). Nous nous appuyons sur une théorie de champs intégrable pour produire une matrice R. Cette matrice R s'avère être une nouvelle solution de l'équation de Yang-Baxter. Elle est associée avec l'algèbre A_n dans la representation des quarks.

Cette méthode pour produire des solutions des équations de Yang-Baxter est ensuite utilisée par M. Jimbo [Comm. Math. Phys. **102**, 537 (1986)] qui trouve les matrices R pour toutes les autres algèbres de Lie non-exceptionnelles. L'étude de la structure de la matrice R de réf.[24] a jouée un rôle important dans la formulation de Jimbo de groupes quantiques [Lett. Math. Phys. **11**, 247 (1986)].

Du point de vue physique, la matrice R de réf.[24] a le défaut de ne pas être invariante par croisement. Ce problème est résolu en réf.[82]. Passant des vertices à faces, doublant l'espace interne et imposant la restriction $q^{n+k+1} = 1$, nous obtenons une matrice S unitaire et invariante par croisement qui décrit le scattering de kinks. Cette matrice est la matrice S d'une théorie des champs massive qui peut être obtenue comme perturbation d'un modèle conforme unitaire à symétrie $W(A_n)$ par un opérateur rélévant associé à la représentation adjointe de GL_n [82]. Ces modèles possèdent la dualité entre le niveau et le rang $(n \leftrightarrow k)$ [82]. Ces résultats ont été généralisés par la suite par D. Gepner et al. et par I. Vaysburd, parmi d'autres.

En réf.[96] nous définissons des charges Z_N par leur action sur les états asymptotiques des particules. Cette action implique un coproduit non-trivial. Nous trouvons les matrices S invariantes sous ces charges Z_N. Ces matrices S résultent invariantes sous C, P, T, croisement et unitarieté. Les facteurs d'unitarisation sont calculés explicitement.

Les théories de champs massives décrites par ces matrices S sont identifiées comme le produit directe de deux modèles conformes parafermioniques Z_N, perturbés par le produit des opérateurs thermiques des deux modèles [96].

3.2 Charges non-locales, matrices de monodromie et leur algèbre. (Symétries infinies en théorie des champs intégrables. Algèbres affines q-déformées).

Les théories intégrables classiques invariantes d'échelle comme le modèle sigma (et ses généralisations) et les modèles GN, CGN (et ses généralisations, voir [33]) possèdent un nombre infini des courants conservées non-locales. En réf.[18] nous obtenons ces courants ainsi q'une famille des transformations de Bäcklund. [Des résultats analogues ont été obtenus à l'époque par Brézin, Itzykson, Zinn-Justin et Zuber et par Eichenherr et Forger, respectivement].

Nous avons calculé l'algèbre canonique de matrices de monodromie (fonction génératrice des charges non-locales) pour le modèle sigma $O(N)$ en réf.[32] et pour les modèles GN, CGN et ses généralisations en réf.[33]. Nous n'avons pas trouvé une algèbre consistante pour le modèle sigma. Ce problème a été traité par la suite par J. M. Maillet (1985), A. Duncan, H. Nicolai et M. Niedermaier (1990), M. Forger et al. et d'autres auteurs. Je suis convaincu depuis quelque temps qu'on peut donner une solution complète à ce problème par un traitement adéquate de conditions de bord.

Nous trouvons pour les modèles fermioniques une algèbre de Yang-Baxter classique. Il faut souligner que la matrice de monodromie entière est conservée ici et non pas seulement sa trace. Il s'agit donc, d'une symétrie infinie non-abélienne.

Nous construisons explicitement en réfs. [32] et [37] les matrices de monodromie quantiques $T(\lambda)$ pour les modèles sigma $O(N)$, Thirring $SU(N)$ et Gross-Neveu $O(2N)$. Notre construction exacte est du type bootstrap et nous a permis de calculer les éléments de matrice de $T(\lambda)$ pour tous les états physiques ('in' et 'out'). Ensuite nous avons dérivé l'algèbre des $T(\lambda)$. Nous avons trouvé une algèbre de Yang-Baxter quantique pour elles. L'algèbre et les éléments de matrice des charges non-locales suivent par développement en puissances de λ. Nous avons utilisé le développement à courtes distances des opérateurs (operator product expansion) pour vérifier nos résultats **non-perturbativement**. Notre construction bootstrap s'applique de fait à toutes les théories intégrables bidimensionnels, même celles que classiquement n'ont pas de charges non-locales.

Nous avons ainsi montré **explicitement et pour la première fois**

i) l'existence d'un nombre infini des charges non-locales quantiques et trouvé leurs elements de matrice,

ii) la présence d'une symmétrie infinie non-abélienne sur les états physiques des théories des champs intégrables.

Ces constructions remarquables sont appelées à présent 'yangians'.

En réf.[107] nous construisons par la méthode de réfs. [32,37] la matrice de monodromie quantique pour le modèle de sine-Gordon/Thirring. De plus, nous utilisons l'approche cône de lumière (res.[53,57,66]) pour construire et diagonaliser la matrice de transfert du modèle à six vertex $\tau(\lambda)$. Nous trouvons que $\tau(\lambda)$, à la limite thermodynamique, a deux branches avec une discontinuité entre elles. La première branche (contenant l'axe réel λ) génère les charges locales commutantes y compris l'hamiltonien et l'impulsion. La seconde branche génère les charges non-locales et non-commutantes. Cet important résultat éclaircie la structure cachée des théories intégrables à la limite de volume infini [107].

L'accord entre les résultats du bootstrap de 1983-84 et les résultats par Ansatz de Bethe en 1993 est parfait. Ces travaux montrent explicitement la présence d'une symétrie infinie non-abélienne dans les théories des champs intégrables à deux dimensions. Plus précisément, il s'agit des algèbres affines q-déformées [107].

3.3 Résolution exacte des modèles sur réseau par la méthode de l'Ansatz de Bethe et des Ansatz de Bethe emboîtées.

Le nom 'Ansatz de Bethe' n'est pas approprié. Il ne s'agit pas d'une 'Ansatz' puisque cette méthode produit la solution exacte des modèles dont elle s'applique.

Nous avons réussi à obtenir les vecteurs et valeurs propres de la matrice de transfert pour des nouvelles classes des modèles intégrables sur réseau. Ce que nous avons fait peut-être consideré comme des généralisations hautement non-triviales de l'Ansatz de Bethe pour le modèle XXX.

Par modèles intégrables, nous entendons ceux construits avec des solutions des équations de Yang-Baxter (équations écrites pour la première fois par Mc Guire en 1964).

L'Ansatz de Bethe emboîtée est probablement la construction algébrique la plus sophistiquée de vecteurs propres sur réseau. Elle apparaît pour des modèles où le groupe quantique sous-jacent est de rang plus grand que l'unité.

En réf.[25] le modèle A_n trigonométrique/hyperbolique est résolu par Ansatz de Bethe emboîtée algébrique avec des conditions de bord périodiques.

En réf.[47] le modèle D_n rationnel est résolu par Ansatz de Bethe emboîtée algébrique avec des conditions de bord périodiques.

En réf.[106] le modèle de cordes sans intersection est résolu par Ansatz de Bethe analytique. La solution trouvée montre que ce modèle se relie à des représentations de $SU_q(2)$ avec spin $1/2$ et spin infini.

En réf.[111] le modèle A_n trigonométrique/hyperbolique est résolu par Ansatz de Bethe algébrique emboîtée avec des conditions de bord invariantes sous $SU_q(n+1)$.

En réf.[111] le modèle A_n trigonométrique/hyperbolique est résolu par Ansatz de Bethe emboîtée algébrique avec des conditions de bord bords ouverts (non-invariantes sous $SU_q(n+1)$).

Tous ces modèles sont des modèles à vertex. En réf.[72] nous avons résolu des modèles à faces par Ansatz de Bethe algébrique. Plus précisément, le dual du modèle à six vertex et le modèle critique SOS-ABF. La solution des modèles RSOS est obtenue en réf.[98] par réduction de l'Ansatz de Bethe du six vertex à l'aide du groupe quantique $SU_q(2)$.

L'Ansatz de Bethe traduit les conditions de vecteur propre dans un ensemble des équations algébriques: les équations de l'Ansatz de Bethe. Ces équations cachent un très riche contenu physique.

La résolution des équations de l'Ansatz de Bethe à la limite thermodynamique nous a permis de calculer les grandeurs physiques de l'état fondamental et des états excités. Notamment l'énergie libre, les relations de dispersion pour les excitations et leur matrice S.

Nous avons obtenu pour tous les modèles résolus des représentations intégrales (pour les cas sans gap) ou en séries infinies (cas avec gap) de l'énergie libre. L'énergie et l'impulsion des excitations s'expriment en termes de fonctions élémentaires (cas sans gap) ou elliptiques (cas avec gap). Nous obtenons des répresentations intégrales pour les matrices S.

Ce programme est réalisé en réf.[25] et [29] pour les modèles A_n trigonométrique, en réf.[47] pour le modèle D_n rationnel, en réf.[81] pour le modèle $A_n^{(2)}$, en réf.[89] pour les modèles $B_n^{(1)}, D_n^{(1)}, A_{2n}^{(2)}, A_{2n-1}^{(2)}, D_n^{(2)}$ et $E_6^{(2)}$, et en réf.[90] pour le modèle de Perk-Schulz (modèles A_n non-compacts). Cet intéressant modèle possède un comportement critique qui n'est pas celui des théories conformes [90].

L'étude des équations de l'Ansatz de Bethe pour les états excités réserve des surprises en ce qui concerne les racines complexes. Á température zéro et en absence de champ externe l'hypothèse de 'strings' faite par Hans Bethe s'avère fausse. Les positions des racines complexes à la limite thermodynamique sont déterminées par un ensemble fini d'équations algébriques du type de l'Ansatz de Bethe (équations de Bethe dits 'de niveau supérieur'). En réf.[28] nous avons calculé le spectre de racines complexes pour le modèle à six vertex et en réf.[29] pour le modèle à vertex A_n trigonométrique. Ces équations de niveau supérieur jouent un rôle crucial dans le spectre de charges non-locales comme nous l'avons découvert en réf.[107].

3.4 Théories des champs comme limite continue des modèles sur réseau: l'approche du cône de lumière. Modèles fermioniques, modèles σ et generalizations.

L'approche du cône de lumière permet de trouver **systématiquement** la théorie des champs qui décrit la limite continue d'un modèle intégrable sur réseau [66].

Nous avons dérivé le modèle de Thirring massif nu ('bare') à partir du modèle à six-vertex [53]. Les équations de mouvement quantiques sur réseau sont obtenues et les paramètres de deux modèles connectés explicitement.

L'approche du cône de lumière est généralisée à **tout modèle** à vertex soluble par Ansatz de Bethe en réfs. [55] et [57]. Les opérateurs hamiltonien et moment sur réseau sont définis en termes de la matrice de transfert diagonal-à-diagonal. Une relation très simple entre cette matrice de transfert diagonal-à-diagonal et la matrice de transfert ligne-à-ligne (row-to-row) avec des inhomogeneités alternées est découverte [57].

Ces relations permettent de calculer le spectre de l'hamiltonien et du moment par la diagonalisation de la matrice de transfert avec des inhomogeneités alternées par Ansatz de Bethe. C'est à dire nous diagonalisons les matrices de transfert ligne-à-ligne et diagonal-à-diagonal avec la **même** Ansatz de Bethe.

Un très vaste ensemble des théories de champs s'obtient par l'approche du cône de lumière [66]. En réf.[57] nous obtenons les modèles fermioniques invariants chiraux invariants sous un groupe semi-simple $\mathcal{G}$ à partir des modèles à vertex définis par des matrices R rationnelles. De plus, nous trouvons le modèle principal chiral $SU(2)$ à la limite de représentations de dimension infinie de R [57]. [Une construction analogue pour ce modèle principal chiral avait été proposée par Faddeev et Reshetikhin, Ann. Phys. 167, 227 (1984) inspiré à son tour par le travail de Polyakov et Wiegmann].

En réf.[56] nous calculons la limite de $N_f \to \infty$ du modèle GN chiral à N_f-saveurs. Nous prouvons qu'elle donne le modèle sigma principal chiral avec des conditions de bord twistées sur lesquelles on intègre aussi. Cette intégration sur les twists restreint l'espace des états au secteur singlet (gauche ou droite). Une inégalité rigoureuse pour le déterminant de Dirac bidimensionnel est prouvée au cours de cette dérivation [56].

Les résultats de réf.[56] donnent une dérivation indépendante des méthodes de résolution exacte (Ansatz de Bethe) du fait que seul le secteur singlet du modèle principal chiral est obtenu (Faddeev et Reshetikhin et réf.[57]).

L'approche cône de lumière permet de calculer **systématiquement** le spectre de particules et leur matrices S à partir des équations de l'Ansatz de Bethe. Ce programme est réalisé en réf.[89] pour des matrices R trigonométriques associées aux algèbres de Lie $B_n^{(1)}$, $D_n^{(1)}$, $A_{2n}^{(2)}$, $A_{2n-1}^{(2)}$, $D_n^{(2)}$ et $E_6^{(2)}$, et en réf.[90] pour le modèle de Perk-Schulz.

En réf.[71] nous étudions la limite continue du modèle à huit vertex par l'approche du cône de lumière. Nous trouvons une classe générale de dépendance des paramètres du modèle dans la maille du réseau a (paramètre spectral θ, anisotropie γ et module elliptique k) qui donne une théorie des champs relativistes pour $a \to 0$. Dans **tous** les cas nous trouvons le modèle de Thirring massif comme limite continu. La dépendance dans le module elliptique k disparaît à $a = 0$. Nous arrivons aux mêmes conclusions en étudiant le flot du groupe de rénormalisation perturbatif du modèle fermionique avec couplage courant-courant anisotrope (dans le continu).

3.5 Calculs de taille finie et thermodynamique des théories intégrables (TBA).

À la limite thermodynamique les équations de l'Ansatz de Bethe se réduisent à des équations intégrales linéaires solubles par développement Fourier. Leur résolution analytique exacte à taille finie est un problème formidable.

En réf.[38] nous proposons une méthode systématique pour calculer les corrections de taille finie au grandeurs physiques par l'Ansatz de Bethe. Cet article est à l'origine d'une importante activité dans ce nouveau domaine. Voir les travaux de C. J. Hamer, H. Eckle et F. Woynarovich, M. T. Batchelor, H. J. W. Blöte, F. Alcaraz, M. J. Martins, S. R. Aladim, C. M. Yung, T. T. Troung, A. Berkovich, H. Johanesson et d'autres. En réf.[42] l'approche de réf.[38] est appliquée au calcul des corrections de taille finie dans le modèle à huit vertex.

Les calculs de taille finie permettent de déterminer la charge centrale est le spectre des dimensions conformes des états excités de basse énergie. En réf.[50] cela est fait pour le modèle à six vertex.

En réf.[51] la méthode de calculs de taille finie est généralisée aux équations de Bethe emboîtées. En réf.[51] et [59] les corrections de taille finies pour l'état fondamental et les états excités du modèle à vertex A_n trigonométrique sont calculés. Mes résultats montrent le spectre conforme typique des théories avec invariance W.

La charge centrale et les dimensions conformes des états excités sont calculés pour une vaste classe des modèles à vertex en réfs. [81], [89] et [90].

L'étude des équations de Bethe menée en réfs. [38], [99] et [122] nous a permis de trouver une équation intégrale non-linéaire qui est équivalente aux équations (algébriques) de l'Ansatz de Bethe pour toute taille. Elle est appelée équation DdV dans la littérature.

Nous avons écrit une telle équation pour le modèle à six vertex avec des conditions de bord périodiques et twistées, pour la chaîne XXZ dans un champ magnétique h_z et pour le modèle de sine-Gordon/Thirring massif dans une boîte périodique (en utilisant l'approche cône de lumière) (réf.[122]). Dans les trois cas le noyau intégrale est le même, l'inhomogéneité change.

L'équation DdV est soluble par itération dans une régime (hautes températures pour la chaîne XXZ et basses températures pour le modèle de sine-Gordon/Thirring massif). Dans le régime opposé (conforme), les comportements dominants sont obtenus analytiquement. Les corrections d'ordre supérieure sont calculées à partir de la forme Riemann-Hilbert de l'équation DdV qui est présentée en réf.[122].

En conclusion, l'équation DdV indique l'existence des structures sous-jacentes aux équations purement algébriques de l'Ansatz de Bethe. Elle permet de traiter d'une façon unifiée les problèmes de taille finie à température zéro, de taille infinie et température non-nulle (TBA). Ceci nous dit que cette équation effectue explicitement la 'rotation de Wick' pour des modèles intégrables sur réseau. Elle s'applique aussi bien à des chaînes magnétiques qu'aux théories de champs et aux modèles à vertex (voir réf.[122]). L'équation DdV était en quelque sort déjà implicite dans notre article de 1984 (réf.[38]).

L'équation DdV a été utilisée avec succès par Al. Zamolodchikov [Phys. Lett. B335, 436 (1994) et Nucl. Phys. B432, 427 (1994)], D. Fioravanti, A. Mariottini, E. Quattrini, F. Ravanini [Phys.Lett.B390, 243 (1997)], T. Nassar et O. Tirkkonen [hep-th/9707098], P. Zinn-Justin [hep-th/9712222 et d'autres.

3.6 Groupes quantiques et Ansatz de Bethe. Les conditions de bord compatibles avec l'intégrabilité.

En réf.[36] la limite de grand paramètre spectral (λ) des générateurs de l'algèbre de Yang-Baxter est calculée pour le modèle de six-vertex. Ceci m'a permis de trouver des hamiltoniens intégrables sur N-sites contenant N paramètres libres. Ces modèles sont résolus en réf.[36]. De fait, cette limite $\lambda \to \infty$ donne les générateurs du groupe quantique $SU(2)_q$ (qui n'était pas connu à l'époque).

L'invariance $SU(2)_q$ de la chaîne XXZ nécessite des conditions de bord fixes (FBC)(Pasquier et Saleur, 1990). En réf.[92] le modèle à six-vertex est résolu avec FBC. L'algèbre de Yang-Baxter et celle de $SU(2)_q$ se referment et la matrice de transfert est invariant $SU(2)_q$. De plus, la limite $\lambda \to \infty$ des générateurs de Yang-Baxter donne les générateurs de $SU(2)_q$ [92] de façon directe. Nous démontrons que les états de Bethe pour FBC sont des états de **poids maximal** de $SU(2)_q$. De plus, l'opérateur d'évolution dans l'approche cône de lumière en langage de faces décrit ici le modèle SOS [92].

En réf.[118] la propriété des poids maximal pour $SU(n)_q$ est prouvée pour les états de Bethe emboîtés dans le modèle A_{n-1} avec FBC.

Les modèles RSOS sont définis comme restriction des modèles SOS dans le cas où q est une racine de l'unité ($q = e^{i\pi/p}$ $p = 2, 3, \ldots$) [Andrews, Baxter et Forrester, 1984]. En réf.[98] nous trouvons la règle précise pour sélectionner les états de Bethe RSOS de ceux qui ne le sont pas. Il suffit de garder ceux avec spin $J < \frac{p-1}{2}$ **et** où il n'y a pas de racines **singulières** [98]. L'application de cette règle aux états de particule nous donne la matrice S de kinks sur réseau.

La correspondance entre le modèle de six vertex et le modèle de sine-Gordon dans l'approche du cône de lumière [53] implique que la limite continue du modèle $RSOS(p+1)$ est à identifier avec le modèle de sine-Gordon p-restreint[98].

Seulement certains conditions de bord sont compatibles avec l'intégrabilité (c'est à dire compatibles avec les équations de Yang-Baxter). Les conditions de bord twistées par une symétrie de la matrice R (voir [36] et [66]) le sont. (Les conditions de bord périodiques sont un cas particulier des conditions twistées).

De plus les matrices de réflection $K(\lambda)$ solution des équations de Cherednik et Sklyanin définissent des conditions de bord intégrables. En réf.[105] nous trouvons la matrice $K(\lambda)$ plus générale pour le modèle à six vertex et pour le modèle A_n si elle est diagonale. En réf.[110] la la matrice $K(\lambda)$ plus générale pour le modèle à huit vertex est trouvée. Les hamiltoniens magnétiques intégrables associés sont dérivés.

3.7 Les modèles à spins alternés et leur solution exacte.

En réf.[93] nous proposons une méthode générale pour générer des hamiltoniens unidimensionnels intégrables où à chaque site il y a un spin de type différent. Pour le cas le plus simple, spins 1/2 et spins 1 alternés, l'hamiltonien est une combination linéaire de deux opérateurs qui commutent avec des coefficients arbitraires, $\bar{c}$ et $\tilde{c}$.

De plus, en réf.[93] nous trouvons l'énergie de l'état fondamental et des excitations pour le modèle spin 1/2-spin 1 et $\bar{c} > 0$, $\tilde{c} > 0$. Ce modèle a des applications expérimentales (voir [108]).

En réf.[108] nous étudions la thermodynamique à basses températures en présence de champ magnétique externe. La charge centrale est calculée. Aladim et Martins [J. Phys. **A26**, L529 (1993)] trouvent la charge centrale du modèle mixte avec spins S et S' arbitraires. Martins [J. Phys. **A26**, 7301 (1993)] a calculé la susceptibilité en champ externe pour ces modèles mixtes. Aladim et Martins [J. Phys. **A26**, 7287 (1993)] considèrent le modèle mixte alternant la répresentation fondamentale de $GL(N)$ et celle symmétrique d'ordre k de $GL(N)$. Ils calculent la charge centrale et la thermodynamique à basses températures.

J. Abad et M. Rios [Phys. Rev. **B53**, 14000 (1995)] ont construit et résolu par Ansatz de Bethe emboîtées le modèle mixte pour l'algèbre A_q^2 dans la representation $3x3^*$. Leur travail est basé en partie dans la réf.[47].

B. D. Doerfel et S. Meissner ont étudié les proprietés du modèle des spins 1/2 et spins 1 alternés comme fonction des coeficcients $\bar{c}$ et $\tilde{c}$. Ils ont notamment trouvé l'état fondamental, les excitations élementaires, la chaleur specifique et la susceptibilité magnétique [J. Phys. **A29**, 1949 (1996), J. Phys. **A29**, 6471 (1996) et J. Phys. **A31**, 61 (1998)]. Jin Hong, Seok-Jin Kang, Tetsuji Miwa et Robert Weston [hep-th/9804063] étudient les fonctions de corrélation de ces modèles mixtes. Ils obtiennent des résultats explicites pour les fonctions à 1-point. H. Saleur et P. Simonetti [hep-th/9804080] étudient des modèles de théorie des champs réliés aux modèles mixtes sur réseau.

En conclusion, la méthode proposée en réf.[93] est un **puissant** moyen de générer de nouveaux modèles intégrables qui possèdent des propriétés fort intéressantes.

3.8 Symétries de jauge locale dans les modèles intégrables.

L'existence des invariances de jauge locales dans les modèles intégrables est montrée en réf. [49]. Si G est le groupe d'invariance de la matrice R, nous définissons des transformations locales $g_k \epsilon G$ qui dépendent du site k. L'effet de ces transformations sur la matrice de transfert est équivalent à un twist $\prod_k \ g_k$ des conditions de bord [49]-(47). Le modèle à six vertex et la chaîne XXZ sont étudiés en détail. Dans ces cas $G = U(1) \otimes U(1)$.

3.9 Théories de Toda quantique affines.

En réf.[75] nous obtenons la matrice S exacte pour le modèle de Toda affin E_8 par bootstrap et nous la vérifions en théorie des perturbations. Les connections entre cette matrice S et le modèle de Ising en champ externe considéré par A B Zamolodchikov est analysé.

En réf. [77] et [85] nous obtenons des résultats exacts pour les modèles de Toda affines en combinant les résultats exacts du bootstrap avec une analyse diagrammatique détaillée suivie d'une resommation infinie des graphes.

En réf.[77] nous arrivons à resommer explicitement les diagrammes tadpoles du modèle Toda affin A_n. Les constantes de couplage habillées exactes sont calculées.

En réf.[85] nous construisons les facteurs de forme exactes pour les champs fondamentaux des modèles de Toda affines. Nous obtenons des expressions fermées et exactes pour les constantes de renormalisation de fonction d'onde et pour l'énergie libre du modèle A_n et nous analysons leur propriétés. Des vérifications explicites avec la théorie des perturbations sont faites.

Le lagrangien classique des modèles Toda affines classiques défini des modèles intégrables quantiques si l'algèbre de Lie associée est simplement lacée. Ceci n'est pas le cas pour les l'algèbres non simplement lacées. En réf. [86] nous proposons un modèle quantique intégrable de Toda pour les algèbres $B_n^{(1)}$ et $C_n^{(1)}$. Le lagrangien est obtenu en ajoutant des fermions de façon appropriée aux modèles de Toda classiques $A_{2n-1}^{(2)}$ et $C_n^{(1)}$, respectivement. Les matrices S exactes sont calculées et vérifiées en théorie des perturbations [86].

D'autres propositions pour des modèles quantiques intégrables de Toda ont été faites par la suite par M. T. Grisaru, S. Penati et D. Zanon pour des algèbres non simplement lacées.

3.10 Le modèle sine-Gordon complexe quantique.

Le modèle de sine-Gordon complexe (CSG) est un modèle classiquement intégrable. En réf.[23] sa quantification est étudiée pour la première fois. Nous trouvons qu'il est renormalisable à une boucle mais non-intégrable à moins d'ajouter un terme d'ordre $\hbar$ fini et bien déterminé. De plus, la fonction bêta s'annule à cet ordre [23]. Ces résultats ont été poussés à deux boucles par Bonneau et Delduc [Nucl. Phys. B250, 561 (1985)]. Ceci nous a amené a conjecture qu'il existe un lagrangien en série de $\hbar$ qui définit un modèle CSG quantique intégrable, renormalisable et avec fonction bêta nulle.

En réf.[30] la solution soliton du modèle CSG est quantifiée semi-classiquement. Le spectre des particules est obtenu en calculant le déterminant des petites fluctuations ainsi que la matrice. Le raccordement avec les résultats perturbatifs de réf.[23] suggère des formes exactes pour la matrice S.

3.11 Le modèle de Thirring de masse nulle et la chaîne XXZ. Fermionisation des spins Z_n.

À partir de la solution par Ansatz de Bethe de la chaîne XXZ, nous obtenons en réf. [68] des propriétés exactes du modèle Thirring de masse nulle. Nous construisons explicitement sur réseau les champs fermioniques, le courant vectoriel, l'anomalie axial et ses commutateurs à temps égaux. Une dépendance explicite du terme de Schwinger dans la constante de couplage est trouvée à la limite continue[68]. Ce résultat plus le comportement asymptotique des fonctions de corrélation et les valeurs des poids conformes montre que cette solution du modèle de Thirring de masse nulle n'est pas contenue dans la famille des solutions connues (Klaiber 1968, Swieca 1977). Cette nouvelle solution s'apparente au gaz de Coulomb.

En réf. [39] nous introduisons des opérateurs parafermioniques à symétrie Z_N sur réseau. Pour $N = 2$ nous retrouvons la transformation de Jordan-Wigner usuelle. Pour $N > 2$ nos parafermions obéissent de règles de q-commutation non-canoniques.[La terminologie de groupes quantiques était inconnue en 1984].

Ces parafermions sont appropriés pour fermioniser les hamiltoniens intégrables de réf. [25]. Nous trouvons comme résultat des interactions entre parafermions dans des proches voisins [39]. La limite continue nue (bare) est calculée.

3.12 Les équations classiques de Yang-Mills self-dual à quatre dimensions

On peut affirmer que les équations self-duales de Yang-Mills sont intégrables du fait qu'elles admettent un système linéaire associé [Belavin et Zakharov, 1978]. Cependant ce système linéaire n'est pas invariant conforme contrairement aux équations de Yang-Mills self-dual (YMSD) elles-mêmes.

En réf. [43] nous trouvons un système linéaire covariant conforme associé aux équations de YMSD. Le paramètre spectral est un twistor projectif $\Lambda \epsilon CP_3$.

En réf. [48] une famille covariante conforme de β-plans où le champ est une jauge pure est dérivée. Des familles covariantes conformes de transformations de Bäcklund sont construites pour les groupes de jauge $GL(N,C)$, $SL(N,C)$ et $SU(N)$. Ces familles sont caractérisées par: a) un indexe de l'algèbre de Lie, b) le twistor Λ, c) un second index twistor $1 \leq \alpha \leq 4$ (indépendant de Λ) et d) une fonction analytique arbitraire des deux solutions indépendantes du système linéaire à champ nul [48]. L'algèbre de ces transformations de Bäcklund est calculée. Nous trouvons qu'elle se ferme à moins d'une transformation de jauge dépendante du champ. Comme cas particuliers nous trouvons une algèbre de lacets quand le twistor Λ se réduit à un seul paramètre projectif. Dans le cas général nous trouvons une algèbre de dimension infinie à cinq indices [48]. Les résultats de réf. [48] sont un point de départ pour généraliser les algèbres de Kac-Moody d'une façon non-triviale.

En réf. [58] les équations de Yang pour YMSD et leur lagrangien associé sont écrits sous forme covariant Lorentz. Le caractère non-invariant de Lorentz est demontré par la présence d'un vecteur constante comme couplage.

En réf. [58] nous trouvons des solutions des équations YMSD en espace-temps Minkowski pour le groupe de jauge $SL(2,C)$. Un ensemble général d'Ansantze pour des ondes planes non-linéaires multiples est proposée. Les champs de jauge résultent des fonctions rationnelles de $e^{x.k_i}$ où $k_i^2 = 0,\ 1 \leq i \leq N$. Leur comportement asymptotique montre un scattering **non-trivial** des ces ondes non-linéaires.

3.13 Les données de diffusion comme variables d'intégration fonctionnelle.

La transformation de scattering inverse a été inventée et utilisée pour la résolution des équations non-linéaires classiques. C'est une transformation entre 'potentiels' **unidimensionnels** et ses données de diffusion définies par le problème linéaire approprié.

En réf. [19] nous utilisons cette transformation comme un changement de variable dans des intégrales fonctionnelles de la mécanique quantique. L'intégrale fonctionnelle devient une une somme infinie sur le nombre d'états liés et une intégrale continue sur les variables du spectre continu. Nous trouvons les bornes d'intégration sur ces nouvelles variables d'intégration. La mesure d'intégration semiclassique est calculée [19].

L'oscillateur anharmonique N-dimensionnelle [19], l'oscillateur anharmonique bidimensionnelle et le pendule quantique sont traités explicitement [20]. Une représentation intégrale explicite est obtenue pour l'énergie du fondamental de l'oscillateur anharmonique N-dimensionnelle. Cette formule reproduit la structure analytique à trois feuillets de l'énergie comme fonction de la constante de couplage ainsi que le comportement à grands ordres du développment $1/N$.

4 Théorie des Cordes

Mes recherches en théorie des cordes ont pour but essentiel de comprendre la physique des cordes en espace-temps courbes. Nous étudions surtout des espace-temps d'intérêt physique comme les univers cosmologiques, les trous noirs, les ondes de choc et les ondes planes gravitationnelles. Ces recherches sont motivées par l'espoir que la théorie des cordes décrive la gravitation quantique unifiée aux autres forces fondamentales d'une façon consistante et expérimentalement correcte.

Les directions principales de mes recherches sur les cordes sont:

- **1.** Résolution des équations de classiques des cordes en espace-temps courbe.

  A Méthodes perturbatives.

  B Solutions asymptotiques exactes et solutions numériques.

  C Solutions globales et exactes par inverse scattering.

  D Solutions globales et exactes pour des géometries ondes de choc, ondes planes, espace-temps conique et d'autres.

- **2.** Quantification des Cordes en espace-temps courbe.

  A Ondes de choc, ondes planes et espace-temps conique.

  B Trous noirs bidimensionnels.

  C Espace-temps de de Sitter: quantification semi-classique.

- **3.** Cordes en cosmologie. Cosmologie self-consistante avec les cordes.

4.1 Motivations physiques pour la théorie des cordes en espace-temps courbe

Les phénomènes liés à la gravitation quantique ne sont importants que près de l'échelle de Planck (10^{19} GeV ou 10^{-33} cm. ou 10^{-44} sec.). Ces énergies peuvent être seulement atteintes dans l'univers primordial ou dans l'étape finale d'évolution d'un trou noir. Ceci nous a fait porter une attention spéciale aux cordes dans des espace-temps inflationnaires (comme celui de de Sitter) et dans de trous noirs (comme celui de Schwarzschild).

De plus, des particules se propageant à l'énergie de Planck en espace temps plat, courbent autour la géométrie d'une façon non-négligeable. Comme il a été souligné par G. 't Hooft, la métrique autour d'une telle particule ultrarrelativistes est l'onde de choc de Aichelburg-Sexl. En outre les calculs de collisions des cordes à très haute énergie par D. Amati, M. Ciafaloni et G. Veneziano et par D. Gross et P. Mende indiquent que au moins pour des grands paramètres d'impact la géométrie de Aichelburg-Sexl peut décrire ces collisions d'une façon effective.

4.2 Résolution des équations de classiques des cordes en espace-temps courbe.

Il n'y a pas de méthode générale pour résoudre les équations de mouvement des cordes en espace-temps courbe. Il s'agit de systèmes d'équations non-linéaires à dérivées partielles. Elles déterminent les coordonnées de la corde, $X^A(\sigma, \tau),\ A = 1, \ldots, D$, comme des fonctions de σ et τ sur la feuille d'univers.

A. Méthodes perturbatives.

En réf. [54] nous proposons une méthode perturbative pour résoudre les équations de mouvement des cordes en espace-temps courbe. Nous utilisons le mouvement du centre de masse sur la géodésique de l'espace-temps comme approximation d'ordre zéro. Les corrections sont calculables systématiquement. En réf. [54] nous obtenons explicitement les corrections de premier et second ordre pour l'espace-temps de de Sitter. Ce schéma perturbatif est valable même pour des champs gravitationnels très forts.

En réfs. [60]-[61] nous traitons les cordes dans l'espace-temps de Schwarzschild avec la méthode proposée en réf. [54]. Les fluctuations de premier et second ordre autour d'une géodésique sont analysées. Le scattering élastique et inélastique d'une corde par un trou noir est calculé.

En réf. [76] nous analysons le scattering des cordes par un espace-temps qui admet des régions asymptotiques type Minkowski. Dans ces géometries nous trouvons des nouveaux phénomènes physiques: une particule avec masse m et spin s se transforme en une autre avec masse m' et spin s'. Nous avons appelé ce phénomène propre à la théorie des cordes, '**transmutation des particules**'. Les amplitudes de probabilité pour des différents processus sont calculés ainsi que pour les processus élastiques où l'impulsion et la polarisation du spin changent. L'existence de ces phénomènes est évidemment indépendante de la méthode perturbative utilisée et apparaît aussi dans les géometries où des solutions exactes de cordes sont connues (réf. [65, 78, 88, 101]).

B. Solutions asymptotiques exactes et solutions numériques.

L'expansion τ fournis des solutions exactes locales pour n'importe quel espace-temps. On doit choisir une jauge conforme telle que $\tau = 0$ correspond au point au voisinage duquel on veut obtenir la solution exacte. Ensuite, les équations de mouvement et les contraintes de la corde sont résolues en puissances (le plus souvent non entières) de τ. Les équations elles mêmes fixent ces puissances.

L'expansion τ a été introduite par N. Sánchez et G. Veneziano [Nucl. Phys. **B 333**, 253 (1990)] pour étudier le comportement des cordes dans des univers inflationnaires. [Voir aussi, M. Gasperini, N. Sánchez and G. Veneziano, Int. J. Mod. Phys. **A 6**, 3853 (1991) et Nucl. Phys. **B364**, 365 (1991)].

Nous trouvons en réf. [130] la solution des équations classiques de cordes près de l'horizon et près de la singularité d'un trou noir de Schwarzschild. Parmi d'autres résultats, nous trouvons que les cordes ont un comportement du type dual à l'instable (radiation, voir 4.3) près de la singularité de l'espace-temps ($r = 0$). De plus, la taille de la corde, l'énergie et la pression de la corde dans les directions angulaires tendent vers l'infini comme $1/r$.

Dans le cours d'Erice (68), l'expansion τ est présentée et discutée pour des espace-temps cosmologiques ainsi que pour le trou noir de Schwarzschild.

D'après L. Susskind [Phys. Rev. Lett. **71** (1993) 2367 et Phys. Rev. **D49** (1994) 6606] les cordes près de l'horizon subiraient un 'stretching'. Néanmoins, ceci est obtenu dans une approximation grossière où l'espace-temps est considéré plat même près de l'horizon et seulement pour la coordonné longitudinal.

C. Solutions globales par inverse scattering.

Les méthodes de scattering inverses s'appliquent à la propagation de cordes en espace-temps de de Sitter [100]. (L'espace de de Sitter est un espace symétrique et donc les équations de cordes correspondent à un modèle sigma intégrable plus les contraintes).

En réf. [102] nous construisons de solutions explicites de cordes pour l'espace-temps de de Sitter. Ces solutions ont la forme d'anneaux et s'expriment en termes de fonctions hyperboliques. Les comportements stable, instable et dual au instable sont exhibés par ces solutions. Ces comportements sont génériques pour les cordes en espace-temps cosmologiques [voir (68) et 4.3].

En réf. [112] nous construisons systématiquement des solutions de cordes dans l'espace-temps de de Sitter par la méthode d''habillage' ('dressing'). Nous 'habillons' la solution la plus simple trouvée en réf. [102]. La famille de solutions obtenues dépend de deux entiers Pythagoriques. Les comportements stable, instable et dual au instable apparaissent dans cette famille des solutions. Des figures détaillées permettent de suivre l'évolution des formes de cordes pendant la phase inflationnaire de l'univers de de Sitter.

En réf. [116] nous trouvons la solution générale d'une corde circulaire dans l'espace-temps de de Sitter en termes de fonctions elliptiques. Selon l'énergie de la corde nous trouvons a) des cordes oscillantes, b) des cordes en expansion indéfinie, c) des cas dégénérés intermédiaires. Des formules explicites pour les coordonnées de cordes comme fonction de σ et τ, pour l'énergie et les quantités conservées sont obtenues.

Les solutions de cordes des réf. [102], [112] et [116] exhibent la présence d'un nouveau phénomène: **les multicordes**. Ce phénomène n'apparaît que dans des espace-temps courbes. Si le temps physique T est une fonction de τ tel que τ est une fonction multivaluée de T à σ fixe, alors nous avons des multicordes. Chaque branche de $\tau = \tau(T)$ décrit une corde indépendante. Autrement dit, une seule feuille d'univers supporte plusieurs cordes et même un nombre infini de cordes dans les solutions elliptiques du type b) en réf. [116].

D. Solutions globales pour des géometries onde de choc, onde

plane, espace-temps conique et d'autres.

Les ondes de choc décrivent la géométrie autour d'une particule de masse nulle. On peut les considérer comme des limites ultrarrelativistes des trous noirs.

En réf. [65] les équations de mouvement des cordes et les contraintes sont résolues exactement pour la géométrie de Aichelburg-Sexl (source de spin zéro).

L'espace-temps conique décrit la géométrie autour d'une ligne droite avec une densité de masse uniforme (comme une corde cosmique). Nous trouvons la solution exacte pour des cordes bosoniques en espace-temps coniques en réf. [74] et pour des supercordes en réf. [94].

Les cordes dans l'espace-temps conique ont été traitées pour le cas particulier où l'angle de défaut est 2π divisé par un entier par J A Bagger, C G Callan et J A Harvey, [Nucl. Phys. **B278**, 550 (1986)].

Les ondes planes non-linéaires sont des solutions des équations d'Einstein et plus généralement des vides de cordes (zéros des fonctions β des cordes). La propagation de cordes dans ces espace-temps est résolue en réfs. [88] et [101]. (Voir sec. 4.2.A, ci-dessous).

En réf. [109], nous trouvons explicitement des solutions des cordes dans des espace-temps bidimensionnels arbitraires. Le caractère des solutions dépend de la présence (ou absence) des directions périodiques dans la variété d'espace-temps. Le cas des trous noirs bidimensionnels 'stringy' (le coset $SL(2, R)/U(1)$) est discuté en détail [109]. Ces solutions des cordes dans des trous noirs bidimensionnels 'stringy' ont été généralisées par I. Bars et J. Schülze [Comptes Rendus du 2ème Colloque Cosmologie, Paris, H J de Vega et N. Sánchez éditeurs , World Scientific et Phys. Rev. **D 51**, 1854 (1995)].

De plus, I. Bars et K. Sfetsos ont trouvé des solutions exactes des cordes dans des cosets non-compacts jaugés [Phys. Rev. **D 46**, 4495 et 4510 (1992) et Proceedings de l'École de Erice, 'String Quantum Gravity and Physics at the Planck Energy Scale', Juin 1992, N. Sánchez éditeur, World Scientific].

4.3 Quantification des Cordes en espace temps courbe.

L'annulation de la fonction β des cordes dans un background donné assure l'absence d'anomalies conformes. Malheureusement, cette condition implique au même temps que le background est un **vide** de la théorie. Ceci exclu les géometries en présence de matière comme les espace-temps cosmologiques et d'autres géometries physiquement importantes. Cependant, il y a de nombreuses quantités physiques très importantes hormis le problème des anomalies et qui sont souvent oubliées dans la littérature comme le tenseur d'énergie-impulsion, l'équation d'état etc. Ces effets sont calculables au niveau semi-classique (parfois l'approximation classique est suffisante) et ne sont pas affectés à ce niveau par des éventuelles anomalies. C'est à ces quantités physiques que nous avons porté notre attention.

A. Ondes de choc, ondes planes et espace-temps conique.

Nous trouvons en réfs. [65] et [83] la solution exacte à la quantification et au scattering de cordes par l'onde de choc de Aichelburg-Sexl. Nous trouvons la transformation non-linéaire qui relie les oscillateurs et coordonnées du centre de masse de la corde avant et après avoir traversé le front d'onde. Des résultats analogues ont été trouvés indépendanment par D. Amati et C. Klimcik [Phys. Lett. **B210**, 92 (1988)].

Le spectre de masses de cordes et la dimension critique dans l'onde de choc de Aichelburg-Sexl résultent identiques à celles de l'espace-temps Minkowski. Nous obtenons l'angle de déflection et la section efficace de la corde par l'onde [65].

Nous calculons en réfs. [78] et [87] la valeur d'expectative de la masse au carré et du nombre d'excitations de la corde après que celle-ci ait traversé l'onde de choc. Nous donnons des représentations intégrales explicites pour $< M^2 >$ et $< N >$ valables pour toute onde de choc. La valeur d'expectative du tenseur d'énergie-impulsion est aussi calculée.

Ces résultats montrent que la propagation de cordes dans la géométrie d'une onde de choc est physiquement consistente et de plus calculable avec des résultats finis [80,87] . Nos résultats corrigent certaines affirmations faites pour ce même problème par G. Horowitz et A. R. Steif [Phys. Rev. Lett. **64**, 260 (1990) et Phys. Rev. **D42**, 1950 (1990)].

En réf. [62] nous étudions l'équation de Klein-Gordon dans la géometrie d'Aichelburg-Sexl. Ceci est un problème mathématiquement mal défini. (Ce n'est pas le cas pour les équations de cordes qui sont parfaitement bien définies [78,83]). Nous introduisons des différents schémas de régularisation. Les résultats physiques dépendent du schéma choisi. La régularisation continue reproduit la matrice S trouvée par G. 't Hooft (1987). La régularisation sur réseau donne des résultats parfaitement raisonnables physiquement mais **inéquivalants** au schéma continu. Les amplitudes de scattering sont calculées explicitement pour les différents schémas de régularisation et leur propriétés analisées en détail [62].

En réf. [95] nous obtenons la solution onde de choc en super-gravité $N = 1$ à dix dimensions d'espace-temps. La partie bosonique est une métrique de Aichelburg-Sexl et la partie fermionique un background de Rarita-Schwinger de spin-3/2 (gravitino). La propagation de supercordes dans ce background est résolue. Nous trouvons comme fait nouveau ici la transmutation de fermions en bosons et vice-versa.

En réf. [97] nous analysons les implications physiques du scattering de super-strings par le background onde de choc super-gravitationnel. Les amplitudes de transmutation de particules sont calculées y compris entre fermions et bosons de masse nulle (ceux-ci correspondent à des particules physiques après la brisure de super-symétrie).

La dynamique des cordes dans une onde plane avec une singularité $|U|^{-\beta}$ est analysée en réf. [88]. (U est la coordonnée nulle du front d'onde).

Nous prouvons que pour $\beta \geq 2$, la corde ne traverse pas la singularité. Elle échappe vers l'infini spatial effleurant le plan $U = 0$. Sa taille invariante tend vers infini au même temps.

Pour $\beta < 2$, la corde traverse la singularité $U = 0$. Nous trouvons la relation explicite entre les oscillateurs et les coordonnées du centre de masse d'un coté et de l'autre de $U = 0$. La corde s'excite et il y a transmutation de particules. Nous calculons explicitement $< M^2 >$ et $< N >$ ainsi que la valeur d'expectative du tenseur d'énergie-impulsion. Le comportement divergent de ce dernier est calculé pour de différentes valeurs de β.

En conclusion, la propagation de cordes dans ces espace-temps singuliers est physiquement consistante.

En réf. [101] nous généralisons les résultats précédents à une corde dans une onde plane singulière avec polarisation arbitraire.

La propagation de cordes dans un espace temps avec une singularité conique est résolue au niveau classique et au niveau quantique en réf. [74]. Des formules explicites reliant les oscillateurs et les coordonnées du centre de masse après et avant l'interaction avec la singularité sont obtenues. Le phénomène de transmutation de particules apparaît dans cette géométrie quand la corde touche la singularité conique. La corde s'excite puisque les parties d'un côté et de l'autre de la singularité sont déflectées avec des angles opposés.

Le scattering de supercordes NSR et GS par une corde cosmique et résolu en réf. [94]. L'effet de transmutation de particules apparaît de nouveau.

B. Trous noirs bidimensionnels.

La dynamique classique et quantique des cordes dans un trou noir 'stringy' bidimensionnel est résolue en réf. [109] par une approche nouvelle.

Notre point de départ est l'action de la corde dans le background classique du graviton et du dilaton. Une fois la jauge conforme fixée, nos réduisons le problème à une particule dans un background singulier. L'hamiltonien unidimensionnel associé reproduit complètement la physique obtenue par les techniques conformes appliquées au modèle de coset $SL(2, R)/U(1)$. C'est à dire la matrice S avec ses parties absorbtives et coulombiennes. Un phénomène nouveau est remarqué: la vitesse de la lumière est rénormalisée par un facteur fini $\sqrt{\frac{k}{k-2}}$ par rapport à la vitesse dans théorie classique. [k étant le coefficient de l'action WZW].

C. Espace-temps de de Sitter: quantification semi-classique.

Il est très important de comprendre les cordes au niveau quantique dans l'univers de de Sitter (celui qui décrit l'inflation dans l'univers primordial). En réf. [116] nous avons découvert des solutions de cordes périodiques en espace-temps de de Sitter. Nous avons réussi à les quantifier semi-classiquement en utilisant la méthode DHN (voir aussi réf. [30]). Nous trouvons un spectre de masses $m = \sqrt{C}/(\pi H \alpha')$, C étant l'opérateur de Casimir, $C = -L_{\mu\nu}L^{\mu\nu}$, du groupe de de Sitter [124]. Cet spectre est très différent de celui de l'espace-temps Minkowski. Le nombre de particules est finie dans le cas de de Sitter et l'espacement de masses décroît avec m.

Nous quantifions aussi les solutions de corde circulaire dans l'espace-temps de anti-de Sitter.

4.4 Cordes en cosmologie. Cosmologie self-consistante avec les cordes.

Notre étude approfondie des solutions de cordes en différents espace-temps cosmologiques (ou non), nous permet de donner une image assez complète de la physique de ces problèmes.

Il y a trois types fondamentales de comportement des cordes en espace-temps courbes: **instable, dual à l' instable** et **stable** [121]. L'équation d'état pour ces comportements s'écrit:

- (i) instable, $p = -\frac{1}{D-1}\,\rho < 0$.
- (ii) dual à l'instable, $p = +\frac{1}{D-1}\,\rho > 0$.
- (iii) stable, $p = 0$.

Où p et ρ indiquent la pression et la densité d'énergie des cordes, respectivement. D indique le nombre dimensions de l'espace-temps. Nous entendons ici le mot 'dual' au même sens que la dualité de Kadanoff-Brown dans le gaz de Coulomb. Dans les espace-temps cosmologiques, la dualité transforme le facteur d'échelle $R(T)$ en $R(T)^{-1}$ et change la pression de signe.

On voit que le comportement dual à l' instable possède la même équation d'état que la radiation. Le comportement stable a l'équation d'état de particules massives (matière froide). Le comportement instable est intrinsèquement 'stringy'. Le fait que la pression soit négative est physiquement acceptable. De plus, la condition forte de l'énergie en relativité générale est saturée dans ce cas.

Il faut noter que nous trouvons le comportement instable comme dominant pour $R \to \infty$ seulement dans des univers inflationnaires. Le comportement stable domine dans les univers FRW pour $R \to \infty$.

Pour $R \to 0$ (big bang) le comportement dual à l'instable domine toujours.

Une solution de corde donnée peut présenter deux et même les trois comportements successivement dans son évolution temporelle [102, 112, 116]. Nous observons aussi des comportements intermédiaires [113, 116]:

$$P = (\gamma - 1)\,\rho \quad \text{avec} \quad -\frac{1}{D-1} < \gamma - 1 < +\frac{1}{D-1}\ .$$

Ceci respecte la causalité puisque la vitesse du son résulte toujours plus petite que celle de la lumière. De plus, pour $\gamma < 1$, il n'y a pas de propagation du son.

Jusqu'ici on a considéré les cordes comme cordes de preuve ('test strings') dans un background fixe. L'étape suivante débute avec réf. [121] où la géométrie de l'espace-temps est obtenue d'une façon auto-consistante en utilisant les cordes comme sources. Ceci est fait dans le contexte cosmologique où nous supposons un gaz parfait et homogène des cordes avec comme équation d'état:

$$\rho = \left(u_R \, R + \frac{d}{R} + s \right) \frac{1}{R^{D-1}}$$

où

$$\lim_{R\to\infty} u_R = \begin{cases} 0 & \text{FRW} \\ u_\infty \neq 0 & \text{Inflationary} \end{cases}$$

Les paramètres u_R, d et s sont des constantes positives.

Nous avons résolu les équations d'Einstein-Friedman avec cette description de la matière. Nous trouvons des comportements réalistes du type dominé par la matière pour $T \to \infty$ et du type dominé par la radiation pour $T \to 0$ [121].

5 Dynamique des Champs Quantiques et Cosmologie

Les échelles d'énergie et de temps en cosmologie primordiale nécessitent un traitement hors équilibre en théorie quantique des champs. De plus, les très hautes densités d'énergie présentes ($\sim 1/g \sim 10^{13}$) font nécessaire l'utilisation des approches non-pérturbatifs comme la limite N grand et la méthode de Hartree. Ces méthodes s'appliquent aussi aux collisions de particules lourdes à haute énergie (en espace temps Minkowski). Nous avons commencé en 1993 (réf. [103]) un programme de recherches sur la dynamique des champs en cosmologie et physique des particules. Ce programme se poursuit avec très grand succès (réfs. [114,117,123,131,132,136, 137,139-145,147,148,150,152-156,160,162,164-167]).

Nous étudions l'évolution temporelle des états qui ne sont pas d'états propres de l'hamiltonien ainsi que des matrices densité qui ne sont pas thermiques par rapport à l'hamiltonien d'évolution. Dans les cas d'intêret, la densité d'énergie est d'ordre m^4/g. Ceci correspond à des amplitudes de champ de l'ordre $g^{-1/2}$ où g est la constante de couplage. Nous avons donc deux paramètres essentiels: le couplage g et l'amplitude initiale du champ ϕ_0. Pour l'inflation, le couplage est très petit: $g = O(10^{-13})$ tandis que $g\,\phi_0 = O(1)$. Dans la physique des pions g est d'ordre unité ainsi que ϕ_0.

Notre approche permet d'étudier des problèmes en physique de particules comme la condensation de pions et le plasma des quarks-gluons en plus de la cosmologie primordial. En ce qui concerne la cosmologie primordiale, nous l'avons traitée aux trois niveaux succesifs suivants:

1. Traiter la dynamique non-linéaire de champs quantiques en espace-temps Minkowski. Par dynamique non-linéaire, nous entendons la résolution des équations quantiques de mouvement en incluant la back-reaction quantitativement [103,117,123,131,132,136,139,140,142,144, 145,147,154,160,164,165,167]. Ce niveau est approprié pour les collisions de particules lourdes.

2. Traiter la dynamique non-linéaire de champs quantiques dans des fonds cosmologiques fixes [114,137,141,166]. Des nouveau phénomènes apparaissent par rapport au niveau 1. montrant q'une analyse Minkowski n'est pas quantitativement précise pour un univers en expansion.

3. Un traitment self-consistent et des champs quantiques et du fond cosmologique [143]. C'est à dire, la metrique est obtenue de facon dynamique des champs quantiques (la matière) se propageant dans cette metrique.

Notre premier but est de résoudre les équations d'évolution du paramètre d'ordre $\eta(t) \equiv \sqrt{g} < \Phi(\vec{x},t) > /m$ pour la théorie $g\,\Phi^4$. Nous avons résolu cette dynamique dans les cas suivants,

a) La limite $N \to \infty$ pour la théorie $\frac{g}{N}\,(\vec{\Phi}^2)^2$. Cette limite est non-perturbative et en g et en ϕ_0.

b) L'approximation d'une boucle pour la théorie $g\,\Phi^4$. C'est à dire le premier ordre en g pour des valeurs arbitraires de ϕ_0.

c) L'expansion en amplitude. C'est à dire une double série perturbative en ϕ_0 et en g.

Nous obtenons les équations d'évolution correspondantes utilisant la méthode de chemins complexes de Schwinger-Keldysh et aussi l'équation quantique de Liouville dans le schéma de Schrödinger [114]. Nous considérons un modèle $\frac{g}{N}\,(\vec{\Phi}^2)^2$ dans un espace-temps cosmologique avec facteur d'échelle $a(t)$ arbitraire. Nous faisons la régularisation et rénormalisation pour les approximations a), b) et c). Nous utilisons la méthode WKB pour calculer les modes-k de particules pour $k \to \infty$ avec $a(t)$ et $\eta(t)$ arbitraires. Ceci nous permet d'évaluer les divergences UV des équations d'évolution [114].

Nous montrons comment éliminer toutes les divergences UV par les renormalisations usuelles de masse, constante de couplage et couplage non-minimal ξ. Nous trouvons un choix de conditions initiales qui pertmet d'utiliser de contreterms independents du temps[141].

Classiquement, l'évolution d'un champ uniforme se réduit à une équation différientelle ordinaire. Pour le modèle $g\;\Phi^4$ celle-ci se résout en termes de fonctions elliptiques. C'est à dire, la solution exacte est un champ qui oscille avec une période constante.

Au niveau quantique, un changement radical arrive puisque des particules sont créées. Nos résultats numériques et analytiques montrent clairement comment l'oscillation du paramètre d'ordre s'amortit au même temps que des particules se créent [123]. [Nous calculons le nombre de particules produites comme fonction du temps en plus du paramètre d'ordre].

Il y a différentes échelles de temps dans ce probléme physique. La première échelle (temps 'non-linèaire') correspond au temps où les phénomènes non-linéaires deviennent importants. A ce moment-là, la production de particules cesse de monter exponentielmente et l'amplitude d'oscillation du paramètre d'ordre commence à se comporter comme $\sim t^{-0.27}$ [145]. C'est à dire, le mode zéro exhibe rélaxation anomale (l'exposant de t est dynamique). Nous avons obtenus de formules analytiques pour le temps non-linéaire comme fonction du couplage et de l'amplitude initiale. Au-délà du temps non-linéaire, le comportement de grandeurs physique (comme le paramètre d'ordre) est characterisé par des lois de relaxation et dissipation avec des exposants anomales non-universelles et non-perturbatifs [145]. Nous avons obtenus ces résultats en combinant les calculs numériques avec le groupe de rénormalisation[139] et l'analyse mutlti-temps[145].

Nos calculs indiquent une distribution en énergie non-thermique pour les particules créées [123, 131]. Ce n'est qu'après un temps très long par rapport à m^{-1} que ces particules pourront se thermaliser.

Les estimations linéaires faites dans la litérature avec des diagrammes en arbre sous-évaluent la production de particules par un ordre de grandeur. Les phénomenes non-linéires sont bien plus éfficaces [123,131].

Quoique cette production abondante de particules avait été observée par Ya. B. Zeldovich en FRW et plus récenment par J. Traschen et R. Branderberger [Phys. Rev. **D42**, 2491 (1990)] et par d'autres, ce n'est qu'en réfs. [103], [123] et [131] que ces phénomènes sont obtenus d'une façon consistente et les méchanismes correspondants expliqués.

La production de particules démarre suite à la résonance paramétrique des modes (non-zéro) des particules dans le fond périodique dû au paramètre d'ordre oscillant. Nous expliquons en réfs. [103], [123] et [131] comment les fluctuations quantiques arrêtent vite cette production de particules par un méchanisme complètement non-linéaire.

En réf. [123] un modèle $\frac{g}{N}\,(\vec{\Phi}^2)^2$ à N-composantes est étudié à la limite de N grand. Dans le cas de symmétrie brisée $O(N)$, la présence des bosons de Goldstone permet une dissipation très rapide de l'énergie du paramètre d'ordre en particules de masse nulle. Le paramètre d'ordre tend rapidement vers une valeur constante. C'est à dire que toute l'énergie qu'il contient initialement se transforme en particules. Cette valeur finale constante du paramètre d'ordre dépend des conditions initiales en plus de couplages et masses. Il s'agit d'un minimun de l'action effective quantique. Las distribution spectrale des énergies de particules possède un pic très fort à $k = 0$ indiquant une condensation de Bose-Einstein [123].

Nous trouvons une seule bande interdite à énergie positive dans l'équation des modes-k des particules. Cette bande est responsable de l'essentiel des particules créées. La back-reaction non-linéaire des fluctuations quantiques éteint cette production non pas fermant les bandes interdites mais en changent le comportement des modes instables. Ceux-ci cessent de croitre exponentielment avec le temps après quelques m^{-1}.

En réf. [131] nous étudions un modèle conventionnel du reheating. Cet à dire un champ de masse m et self-couplage $\lambda\ \Phi^4$ comme inflaton plus un autre scalaire σ de masse $\mu < m$ couplé comme $g\Phi\sigma^2$. L'énergie du mode zéro de l'inflaton se dissipe ici en particules lègeres du champ σ. L'évolution du paramètre d'ordre et des modes-k est résolue numériquement en [131] à l'approximation d'une boucle (b). À nouveau, la dissipation non-linéaire est beaucoup plus éfficace que les estimations linéaires courantes dans la littérature.

De plus, nous considérons en réf. [131] un champ fermionique Ψ couplé à l'inflaton comme $y\,\bar{\Psi}\Psi\Phi$. Dans ce cas, nous trouvons que la dissipation est très faible due au principe d'exclusion (Pauli blocking). On peut rappeller que les estimations linéaires donnent des valeurs similaires pour fermions et bosons.

En réfs. [123] et [131] nous étudions en detail le développment en amplitude résolvant les équations d'évolution linéarisés pour le paramètre d'ordre par transformé de Laplace. Le résultat s'exprime comme la somme de la contributions de pôles à une particule plus des intégrales sur les coupures à deux, trois, etc. particules. Comparant ces résultats linéarisés avec les résultats numériques à une boucle ou à la limite de $N = \infty$ permet de voir l'imprécision des approximations linéaires (typiquement un facteur entre 5 et 10).

En particulier, nous montrons comment la formule usuelle pour le taux de désintégration (decay rate) $\Gamma \approx \mathrm{Im}\,\Sigma(\omega, \vec{k})/\omega$ où $\Sigma(\omega, \vec{k})$ est la self-énergie, n'est valable qu'en approximation linéaire près de l'équilibre si, de plus, l'inflaton est une résonance. (C'est à dire une particule instable).

Ce programme de recherches a pour but d'établir la théorie de l'inflation sur de bases solides. C'est notanment la phase finale de l'inflation (preheating et reheating) ainsi que le raccordement avec la cosmologie standard (hot big bang) qui nécessite une révision approfondie. En réf. [143] nous avons réussi à calculer pour la première fois l'évolution **self-consistente** d'un modéle inflationnaire où la matière est décrite quantiquement (hors-équilibre) et la gèometrie de l'espace temps est traité au niveau semiclassique. De plus, nous avons calculé dans ce modéle les fluctuations de densité mesurables par des observations du fond des microondes.

Nota Bene

Les références en [...] renvoient à la liste de publications des articles. Les références en (...) renvoient à la liste des congrès et cours d'écoles.